ប្រឡងសាកល្បងសម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ **សម័យប្រឡង 0៩ កក្កដា ២០២៥**

វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា(ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) **មណ្ឌលប្រឡង វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ(NGS)**

រយៈពេល ២ម៉ោងសិក្សា **លេខតុ..................លេខបន្ទប់...............**

ពិន្ទុ ១២៥ **ឈ្មោះបេក្ខជន..**

ប្រធានវិញ្ញាសា

I.(១០ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $a=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ និង $b=2+2i\sqrt{3}$ ។

១.សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\frac{a}{b}$ ជាទម្រងពីជគណិត។ ២.សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $a;b$ និង $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II.(១៥ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស ១៥នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស ៩នាក់ និងសិស្សស្រី ៦នាក់ ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស ៤នាក់ ដោយចៃដន្យជាតំណាងយកទៅសម្ភាសន៍ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងងក្រោម

ក. ក្រុមសិស្សមានទាំង ៤នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី ។ ខ. ក្រុមសិស្សមាន ៣នាក់ ជាសិស្សប្រុស ។

គ. ក្រុមសិស្សមាន ៥០%ជាសិស្សស្រី ។

III.(១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $A=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-x\sin x}{x^2-\sin^2 x}$ ខ. $B=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos 2x}{x^2+\sin^2 x}$

IV.(១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

ក. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}dx$ ខ. $J=\int_0^1\sqrt{e^{2x}+2+e^{-2x}}\,dx$

V.(១០ពិន្ទុ គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''-5y'+6y=0$ ។

១.ដោះស្រាយសមីការ (E)។

២.កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ (E)ដែលអនុគមន៍ចម្លើយនោះមានចំណុចបរមាស្មើ 5ត្រង់ $x=0$ ។

VI.(៣០ពិន្ទុ)

១.គេមានសមីការអេលីប (E): $x^2+4x+4y^2-8y+4=0$ ។

ក.ចូរសរសេរសមីការ ទៅជាទម្រង់ស្តង់ដា។ រួចកំណត់ ផ្ចិត កំពូល និង កំណុំរបស់សមីការអេលីបខាងលើ។

ខ.សង់ក្រាបនៃអេលីបនេះ។

២.ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេឲ្យចំនុច $A(1,0,0),B(0,1,0),C(0,0,1)$ ។

ក.បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

ខ.គណនាផលគុណនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ (ABC)។

គ.រកចម្ងាយពីចំនុច $D(0,1,1)$ ទៅប្លង់ ABC ។

VII.(៣៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x)$ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $f(x)=1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ហើយមានក្រាប (C)។

ក.គណនា $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)$ ។ រួចកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង ដេកនៃក្រាប (C) ។

ខ.គណនា $f'(x)$ និង សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$។

គ.កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងក្រាប (C)និង បន្ទាត់ $(D): y=1$។

ឃ.កំណត់សមីការបន្ទាត់(L)ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C)ត្រង់ចំណុច A ។

ង.គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$។ សង់បន្ទាត់$(L)$អាស៊ីមតូត និង ក្រាប (C)នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ។($\frac{2}{e}=0.7;\ \ln 2=0.7$)

ដំណោះស្រាយ

I. (១០ពិន្ទុ) មានចំនួនកុំផ្លិច $a=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ និង $b=2+2i\sqrt{3}$

១.(០៣ពិន្ទុ) សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ពីជគណិត

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}}{2+2i\sqrt{3}}=\frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-i\right)}{2\left(1+i\sqrt{3}\right)}=\frac{1}{4}\frac{\left(\sqrt{3}-i\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}{\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}=\frac{1}{4}\frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}^2i-i+i^2\sqrt{3}}{4}=0-\frac{i}{4}$$

ដូចនេះ $\frac{a}{b}=0-\frac{i}{4}$ ។

២.(០៧ពិន្ទុ) សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $a;b$ និង $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

- $a=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i=\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}$
- $b=2+2i\sqrt{3}=4\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
- $\frac{a}{b}=\frac{\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}}{4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1}{4}\left\{\cos\left(\frac{11\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{11\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)\right\}=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{9\pi}{6}+i\sin\frac{9\pi}{6}\right)$

$$=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$$

ដូចនេះ $\frac{a}{b}=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

II.(១៥ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស ១៥នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស ៩នាក់ និងសិស្សស្រី ៦នាក់ ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស ៤នាក់ ដោយចៃដន្យជាតំណាងយកទៅសម្ភាសន៍ នោះចំនួនករណីអាចស្មើនឹង

$$n(S)=C(15,4)=\frac{15!}{(15-4)!4!}=\frac{15\times14\times13\times12\times11!}{11!4!}=15\times13\times7=1365$$

ក. ក្រុមសិស្សមានទាំង ៤នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី

តាង $n(A)$ ចំនួនលករណីដែលក្រុមសិស្សមានទាំង ៤នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី

ដោយសិស្សស្រីសរុបមានចំនួន៦នាក់ នោះយើងបាន $n(A)=C(6,4)=\frac{6!}{(6-4)!4!}=\frac{6\times5\times4!}{2!\times4!}=3\times5=15$

យើងបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{15\times13\times7}=\frac{1}{13\times7}=\frac{1}{91}=0.01$

ដូចនេះ $P(A)=0.01$ ។

ខ. ក្រុមសិស្សមាន ៣នាក់ ជាសិស្សប្រុស

តាង $n(B)$ ចំនួនលករណីដែលក្រុមសិស្សមាន ៣នាក់ ជាសិស្សប្រុស

ដោយសិស្សប្រុសសរុបមានចំនួន៩នាក់ និង សិស្សស្រីចំនួន៣នាក នោះយើងបាន $n(B)=C(9,3)\times C(6,1)$

$$n(B)=C(9,3)\times C(6,1)=\frac{9!}{6!\times3!}\times6=3\times4\times7\times6=504$$

យើងបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{3\times4\times7\times6}{15\times13\times7}=\dfrac{24}{65}=0.36$

ដូចនេះ $P(B)=0.36$ ។

គ. ក្រុមសិស្សមាន ៥០%ជាសិស្សស្រី

តាង $n(C)$ ជាចំនួនករណីដែលជ្រើសរើសបាន៥០%ជាសិស្សស្រី ដែលយើងមានសិស្សប្រុស៩នាក់ និង ស្រី៣នាក់នោះយើងបាន

$$n(C)=C(9,2)\times C(6,2)=\frac{9!}{7!2!}\times\frac{6!}{4!2!}=9\times4\times3\times5=15\times36$$

យើងបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{15\times36}{15\times13\times7}=\dfrac{36}{91}=0.39$

ដូចនេះ $P(C)=0.39$ ។

III.១.គណនាលីមីត

ក.(០៥ពិន្ទុ) $A=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-x\sin x}{x^2-\sin^2 x}$ រាង $\left(\dfrac{0}{0}\right)$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x(x-\sin x)}{(x-\sin x)(x+\sin x)}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x+\sin x}=\lim_{x\to0}\frac{1}{1+\frac{\sin x}{x}}=\frac{1}{2}$$ (ចែកនឹង x)

ដូចនេះ $\boxed{A=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-x\sin x}{x^2-\sin^2 x}=\dfrac{1}{2}}$ ។

ខ.(០៥ពិន្ទុ) $B=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-\cos2x}{x^2+\sin^2 x}$ រាង $\left(\dfrac{0}{0}\right)$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\left(e^{x^2}-1\right)+(1-\cos2x)}{x^2+\sin^2 x}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\left(\frac{e^{x^2}-1}{x^2}\right)+\left(2\frac{\sin^2 x}{x^2}\right)}{1+\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2}=\frac{1+2}{1+2}=\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{B=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-\cos2x}{x^2+\sin^2 x}=\dfrac{3}{2}}$ ។

IV.(១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

ក. $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos2x}{\sin x+\cos x}dx$

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos2x}{\sin x+\cos x}dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\sin x+\cos x}dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}{\sin x+\cos x}dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x-\sin x)dx=(\sin x+\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\left(\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}\right)-(\sin0+\cos0)=1-1=0$$

ដូចនេះ $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}dx=0$ ។

ខ. $J=\int_0^1\sqrt{e^{2x}+2+e^{-2x}}dx$

$$J=\int_0^1\sqrt{e^{2x}+2+e^{-2x}}dx=\int_0^1\sqrt{e^{2x}+2\times e^{x}\times e^{-x}+e^{-2x}}dx$$

$$=\int_0^1\sqrt{\left(e^{x}+e^{-x}\right)^2}dx=\int_0^1\left(e^{x}-e^{-x}\right)dx$$

$$=\left(e^{x}-e^{-x}\right)\Big|_0^1=\left(e-e^{-1}\right)-\left(e^{0}-e^{0}\right)=e-\frac{1}{e}$$

ដូចនេះ $J=\int_0^1\sqrt{e^{2x}+2+e^{-2x}}dx=e-\frac{1}{e}$ ។

V.(១០ពិន្ទុ គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''-5y'+6y=0$ ។

១.ដោះស្រាយសមីការ (E)

$y''-5y'+6y=0$ សមីការសម្គាល់មានរាង $r^2-5r+6=0\Rightarrow(r-2)(r-3)=0\Rightarrow r_1=2,r_2=3$

នោះយើងបាន $y=Ae^{2x}+Be^{3x},A,B\in IR$

ដូចនេះ $y=Ae^{2x}+Be^{3x},A,B\in IR$ ។

២.កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ (E)ដែលអនុគមន៍ចម្លើយនោះមានចំណុចបរមាស្មើ 5 ត្រង់ $x=0$

ដោយចម្លើយនៃសមីការ (E)ដែលអនុគមន៍ចម្លើយនោះមានចំណុចបរមាស្មើ 5 ត្រង់ $x=0$ នោះយើងបាន

$$\begin{cases}y(0)=5\\ y'(0)=0\end{cases}$$

$$y=Ae^{2x}+Be^{3x}\Rightarrow y'=2Ae^{2x}+3Be^{3x}$$

$$\begin{cases}y(0)=5\\ y'(0)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A+B=5 & \times(-2)\\ 2A+3B=0\end{cases}\Rightarrow B=-10$$

$$A+B=5\Rightarrow A=5-A=5-10=-5$$

ដូចនេះ $y=-5e^{2x}+10e^{3x}$ ។

VI.(៣០ពិន្ទុ)

១.គេមានសមីការអេលីប $(E):\ x^2+4x+4y^2-8y+4=0$ ។

ក.ចូរសរសេរសមីការ ទៅជាទម្រង់ស្តង់ដា

$$x^2+4x+4y^2-8y+4=0$$

$$\Rightarrow\left(x^2+4x+4\right)-4+4\left(y^2-2y+1\right)=0$$

$$\Rightarrow(x+2)^2+4(y-1)^2=4$$

$$\Rightarrow\frac{(x+2)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$$

- រួចកំណត់ ផ្ចិត កំពូល និង កំណុំរបស់អេលីប

ដោយសមីការមានទម្រង់ស្តង់ដា $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ នោះសមីការអេលីបមានអ័ក្សធំជាអ័ក្សដេក

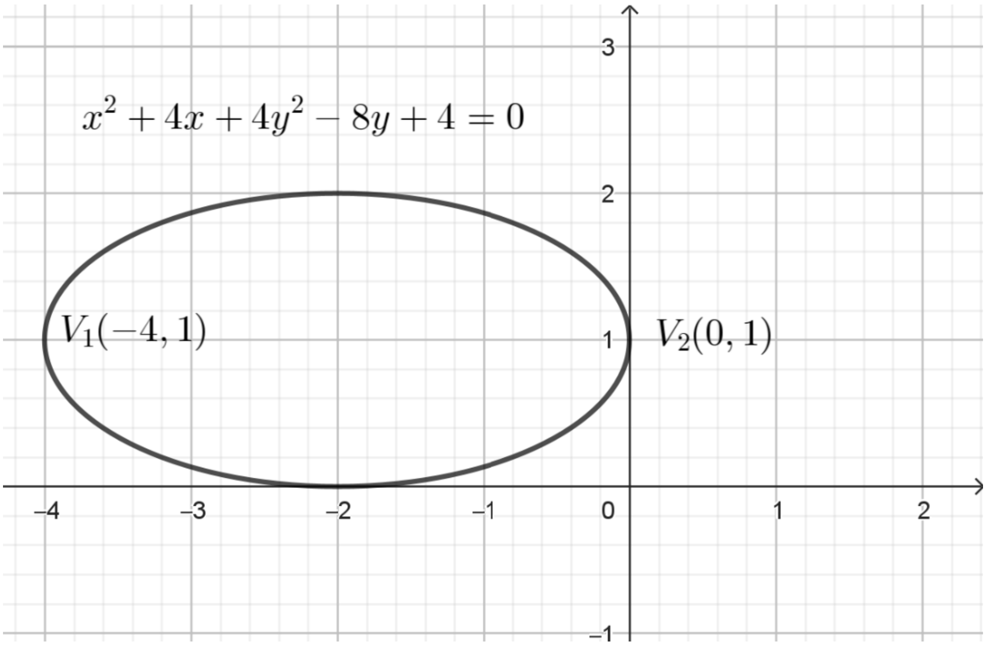
នៅយើងបាន $a^2=4\Rightarrow a=2,b^2=1\Rightarrow b=1;\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

ផ្ចិត $I(h,k)=I(-2,1)$

កំពូល $V_1(h+a,k)=V_1(0,1);\ V_2(h-a,k)=V_2(-4,1)$

កំណុំ $F_1(h+c,k)=V_1\left(-2+\sqrt{3},1\right);\ F_2(h-c,k)=V_2\left(-2-\sqrt{3},1\right)$

ខ.សង់ក្រាបនៃអេលីបនេះ



២.ក.បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស

តាមរូបមន្ត $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A;z_B-z_A);\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}\Rightarrow AB=\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

$\overrightarrow{AC}(-1,0,1)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}\Rightarrow AC=\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

$\overrightarrow{BC}(0,-1,1)\Rightarrow\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2}\Rightarrow BC=\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

ដោយ $AB=AC=BC$ នាំអោយត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

ខ.គណនាផលគុណនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-1&1&0\\-1&0&1\end{vmatrix}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$$

ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}(1,1,1)$ ។

សមីការប្លង់ (ABC) មានរាង $ax+by+cz+d=0$ ដែល $\vec{n}(a,b,c)=\vec{n}(1,1,1)$

$(ABC):x+y+z+d=0$ ដោយ $A\in(ABC)\Rightarrow 1+0+0+d=0\Rightarrow d=-1$

ដូចនេះ សមីការប្លង់ (ABC) គឺ $x+y+z-1=0$ ។

គ.ចម្ងាយពីចំណុច $D(0,1,1)$ ទៅប្លង់ (ABC)

ចម្ងាយពី $A(x_A,y_A,z_A)$ ទៅប្លង់ $(\alpha):ax+by+cz+d=0$ មានរូបមន្ត $D(A,\alpha)=\dfrac{|ax_A+by_B+cz_B+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

ចម្ងាយពី $D(0,1,1)$ ទៅប្លង់ $(ABC):x+y+z-1=0$

មានរូបមន្ត $d(D,ABC)=\frac{|0+1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ឯកតាប្រវែង

VII.(៣៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x)$ ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $f(x)=1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C)។

ក.គណនា $\lim_{x\to0^+}f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\left[1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)\right]=1+2(-\infty)=-\infty$$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)\right]=1$ ពីព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

- រួចកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង ដេកនៃក្រាប (C)

  ដោយ $\lim_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ នាំឲ្យ $x=0$ អាស៊ីមតូតឈរ

  ដោយ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ នាំឲ្យ $y=1$ អាស៊ីមតូតដេក

ខ.គណនា $f'(x)$ និង សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

$$f(x)=1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$$

$$\Rightarrow f'(x)=2\left[\frac{(\ln x)'x-x'\ln x}{x^2}\right]=2\times\frac{\frac{1}{x}\times x-\ln x}{x^2}=2\times\frac{1-\ln x}{x^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=2\times\frac{1-\ln x}{x^2}$ ។

- សង់តារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$។

  $f'(x)=2\times\frac{1-\ln x}{x^2},\forall x\in D_f: x^2>0\Rightarrow f'(x)$ យកសញ្ញាតាម $1-\ln x$

  បើ $1-\ln x>0\Rightarrow \ln x<1\Rightarrow x<e$

  បើ $1-\ln x<0\Rightarrow \ln x>1\Rightarrow x>e$

  បើ $1-\ln x=0\Rightarrow \ln x=1\Rightarrow x=e$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

ចំពោះ $x=e, f'(x)=0$ ហើយវប្តូរសញ្ញាពី $+$ ទៅ $-$ នាំឲ្យអនុគមន៍មានអតិបរមាត្រង់

$$f(e)=1+2\frac{\ln e}{e}=1+\frac{2}{e}=1+0.7=1.7$$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1.7	$\searrow$	1

គ.កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងក្រាប (C) និង បន្ទាត់ $(D): y=1$

កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងក្រាប $(C): f(x)=1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ និង បន្ទាត់ $(D): y=1$

$$\Rightarrow 1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)=1 \Leftrightarrow 2\left(\frac{\ln x}{x}\right)=0 \Rightarrow \ln x=0 \Rightarrow x=1$$

ដូចនេះ ចំណុចប្រសព្វ A រវាងក្រាប (C) និង បន្ទាត់ (D) គឺ $A(1,1)$

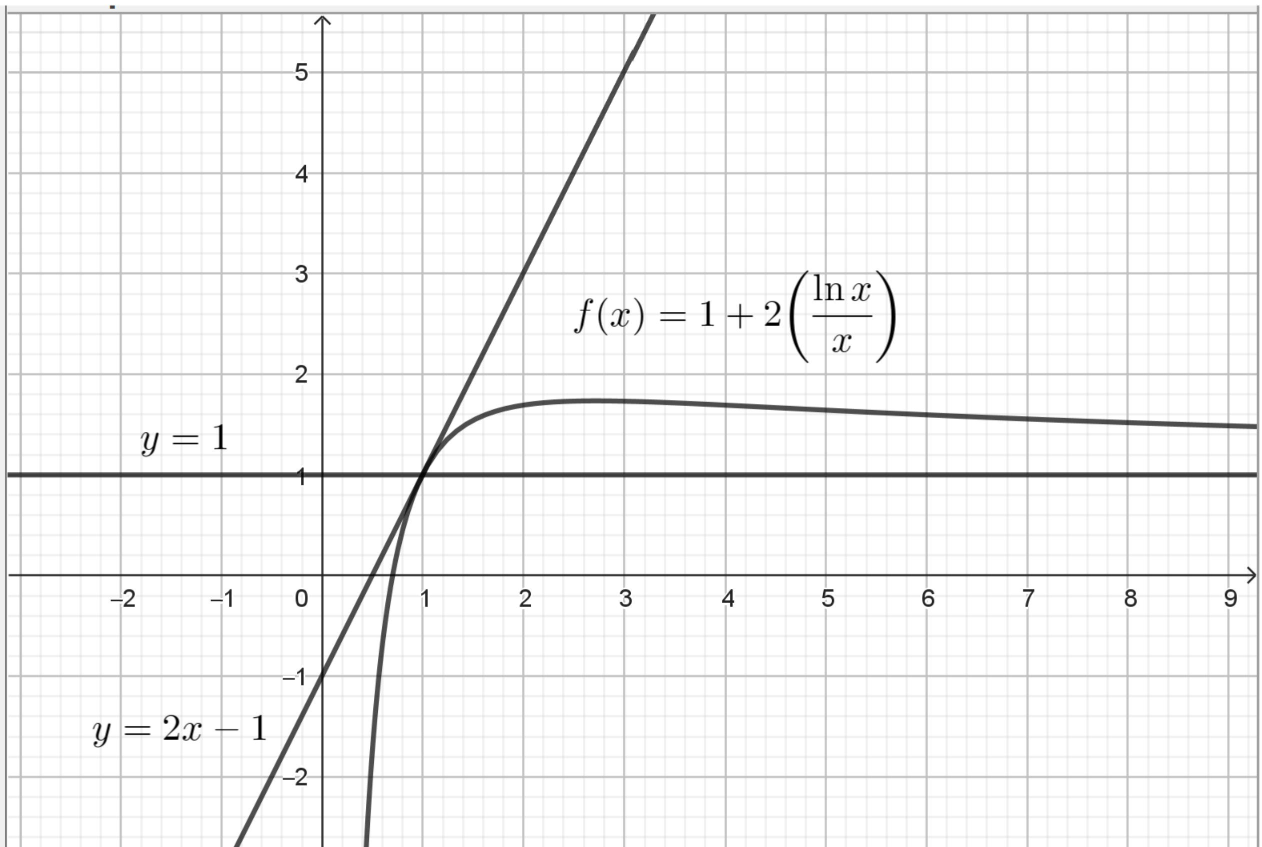
ឃ.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A

សមីការបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) មានរាង $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

សមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $A(1,1)$ នោះយើងបាន $x_0=1, y_0=1;\ f'(x)=2\times\frac{1-\ln x}{x^2} \Rightarrow f'(1)=2\times\frac{1-\ln 1}{1^2}=2$

$$y=2(x-1)+1=2x-2+1=2x-1$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $y=2x-1$ ។

ង.គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ។ សង់បន្ទាត់ (L) អាស៊ីមតូត និង ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=1+2\left(\frac{\ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right)=1+4\ln 2^{-1}=1-4\ln 2=1-4\times 0.7=-1.8$$